

# Automaten und Formale Sprachen

SoSe 2007 in Trier

Henning Fernau

Universität Trier

fernau@uni-trier.de

# Automaten und Formale Sprachen

Gesamtübersicht

- Organisatorisches
- Einführung
- Endliche Automaten und reguläre Sprachen
- Kontextfreie Grammatiken und kontextfreie Sprachen
- Chomsky-Hierarchie

**Letzte Möglichkeit für Fragen !**

## Effektive Charakterisierungen: Typ 3

Eine Sprache  $L$  ist **regulär** (“Monoid-Kennzeichnung”) gdw.

$L$  wird von einem DEA akzeptiert gdw.

$L$  besitzt endlich viele Nerode-Äquivalenzklassen (*endlicher Index*) gdw.

$L$  wird von einem NEA akzeptiert gdw.

$L$  wird von einem NEA mit  $\lambda$ -Übergängen akzeptiert gdw.

$L$  wird durch einen regulären Ausdruck beschrieben gdw.

$L$  wird durch eine rechtslineare Grammatik erzeugt

## Effektive Charakterisierungen: Typ 2

Eine Sprache  $L$  ist **kontextfrei** gdw.

$L$  wird von einem Kellerautomaten akzeptiert gdw.

$L$  wird von einem Kellerautomaten mit Leerkellerakzeptanz erkannt gdw.

$L$  wird von einem Kellerautomaten mit Endzustandsakzeptanz erkannt gdw.

$L$  wird von einer kontextfreien Grammatik erzeugt gdw.

$L$  wird von einer kontextfreien Grammatik mit Linksableitung erzeugt gdw.

$L$  wird von einer kontextfreien Grammatik in erweiterter Chomsky-Normalform erzeugt

## Effektive Charakterisierungen: Typ 1

Eine Sprache  $L$  ist vom **Typ 1** gdw.

$L$  wird von einem linear beschränkten Automaten akzeptiert gdw.

$L$  wird von einer monotonen Grammatik erzeugt gdw.

$L$  wird von einer kontextsensitiven Grammatik erzeugt

## Effektive Charakterisierungen: Typ 0

Eine Sprache  $L$  ist vom **Typ 0** oder rekursiv aufzählbar gdw.

$L$  wird von einer Turingmaschine akzeptiert gdw.

$L$  wird von einer Phrasenstrukturgrammatik erzeugt

**Abschlusseigenschaften** (mit konstruktiven Beweisen, falls “ja” !)

	Typ-0	Typ-1	Typ-2	Typ-3
Durchschnitt	ja	ja	nein	ja
Komplement	nein	ja	nein	ja
Vereinigung	ja	ja	ja	ja
Konkatenation	ja	ja	ja	ja
Kleene *	ja	ja	ja	ja
Morphismen	ja	nein	ja	ja
$\cap$ mit Typ-3	ja	ja	ja	ja

## Entscheidbarkeitsfragen

Gibt es einen Algorithmus zum Lösen folgender Fragen:  
Leerheit, Endlichkeit, (uniformes) Wortproblem

	Typ-0	Typ-1	Typ-2	Typ-3
Leerheit	nein	nein	ja	ja
Endlichkeit	nein	nein	ja	ja
(uniformes) Wortproblem	nein	ja	ja	ja

Jedes “Ja” ist durch einen Algorithmus begründet !

Die “Neins” bei Typ-0 werden erst in der nächsten Grundlagenvorlesung klar !

Warum ist das Leerheitsproblem für Typ-1 nicht “einfacher” als für Typ-0 ?

Ersetze löschende Regeln  $\alpha A \beta \rightarrow \lambda$  durch  $\alpha A \beta \rightarrow \alpha^{\ell(\alpha A \beta)}$  für irgendein Terminalzeichen  $\alpha$ .

## Typische Fragen / Aufgaben I

Konstruieren Sie einen Automaten / eine Grammatik ... für folgende Sprache:

...

Geben Sie die von folgendem Automaten / folgender Grammatik ... beschriebene Sprache in Mengennotation an: ...

Geben Sie zu folgendem Automaten ... eine äquivalente Grammatik ... an: ....

## Wie beweist man die auf der vorigen Folie gemachten Behauptungen ?

Beweis der Gleichheit von zwei Mengen erfordert in der Regel zwei Inklusionsbeweise.

Jeder der Inklusionsbeweise erfordert in der Regel mindestens einen Induktionsbeweis.

Die Größe, über die induziert wird, ist in der Regel für jede der Inklusionsrichtungen eigentümlich.

Beispiele für solche Größen: Wortlänge, Ableitungslänge, ...

## Typische Fragen / Aufgaben II

Wir haben verschiedene Algorithmen in der Vorlesung kennen gelernt. Diese lassen sich auch “händisch” ausführen und / oder man kann einen Pseudocode anfordern.

### Beispiele:

- Umformung zwischen verschiedenen Sprachbeschreibungen
- Herstellung von Normalformen
- CYK-Parsing

## Typische Fragen / Aufgaben III

Wir haben unterschiedliche Sätze und Lemmata in der Vorlesung kennen gelernt. Ihr Aufgabe könnte in Folgendem bestehen:

- Die Satzformulierungen zu erinnern;
- die Beweise oder deren Ideen zu erinnern;
- die Sätze “anzuwenden.”  
Dies ist besonders interessant bei den Pumping-Lemmata.

## Aufwärmaufgaben

Erinnern von Definitionen

“Typische” Beispiele,

z.B.: trennende Sprachen für Chomsky-Hierarchie

Zusammenhänge / Überblicke und einfache Sachverhalte,

z.B.: Kennzeichnungen für Sprachfamilien

## **Zum Schluss**

Die Chomsky-Hierarchie anhand von Adventure-Spielen, siehe Ausarbeitung