WS 2002/03 **N. Müller**

Komplexitätstheorie

6. Übung **Abgabetermin: Dienstag, 15.5.2003, vor der Vorlesung**

1. Aufgabe:
Sei $k > 3$ eine fest vorgegebene natürliche Zahl. k-FÄRBBARKEIT ist definiert als die Menge aller Graphen, die sich mit k Farben so färben lassen, daß keine zwei benachbarten Knoten die gleiche Farbe haben. Zeigen Sie 3-FÄRBBARKEIT $\leq_{\log}$ k-FÄRBBARKEIT

2. Aufgabe:
Zeigen Sie VERTEX COVER $\leq_{\log}$ INDEPENDENT SET $\leq_{\log}$ CLIQUE.

Tip: Zwischen Knotenüberdeckungen, unabhängigen Mengen und Cliques gibt es einen sehr engen Zusammenhang (vgl. Probleme INDEPENDENT SET(k) und CLIQUE(k) aus Kapitel 5).

3. Aufgabe:
Beim Beweis von AGAPvP $\leq_{\log}$ CNF-ERFÜLLBARKEIT wird zu einem Tripel (G, L, P) (Graph, Labels, verbotene Paare) ein CNF-Ausdruck w konstruiert. Zeigen Sie die noch fehlende Beziehung: w erfüllbar $\Rightarrow (G, L, P) \in$ AGAPvP.

Tip: Sei φ eine Interpretation, die die Formel w erfüllt. Bringen Sie die Knoten $\{x \mid (\exists i)\varphi(<x, i>) = 1\}$ in eine geeignete Reihenfolge $x_1, \ldots, x_s$ (mit $s = \text{ card } S$) und zeigen Sie, daß in dieser Reihenfolge das Pebblespiel erfolgreich gespielt werden kann. Sehr hilfreich ist dabei die auf S wohldefinierte Funktion $t(x) := \min\{i \mid \varphi(<x, i>) = 1\}$.

4. Aufgabe:
Zeigen Sie 3-SAT $\leq_{\log}$ VERTEX COVER. Sie können dazu die *gleiche* Graphen-Konstruktion wie beim Beweis von NOT-ALL-EQUAL-3-SAT $\leq_{\log}$ SIMPLE MAX CUT verwenden!