

Übungen zur Vorlesung  
Automaten und Formale Sprachen  
Aufgabenblatt 1

Abgabe der Ausarbeitungen: DO, 11.05.2006, spätestens 8.00 Uhr

Wo? Fächer beschriftet mit “Automaten und Formale Sprachen”  
in der Mitte der vierten Etage vor H426  
Die Übungsaufgaben werden dann gleich anschließend  
in der vermutlich ausnahmsweise am DO  
stattfindenen Übung vorgerechnet.

Allgemeine Hinweise

... entnehmen Sie bitte den Folien zur ersten Vorlesung

Beachten Sie nochmals die Hinweise zur Anfertigung der Hausaufgaben: Diese sollte in Gruppen zu 2-3 Personen erfolgen. Die Lösungen sind handschriftlich anzufertigen; weder Schreibmaschinen- noch Computerausdrucke werden akzeptiert, erst recht keine Kopien. Eine Woche später (in der Regel) werden die korrigierten und “bepunkteten” Hausaufgaben wieder zurückgegeben (ebenfalls vor den Übungen).

Da nach dem jeweils angegebenen Abgabezeitraum die Aufgaben vorgerechnet werden, besteht keine Möglichkeit einer späteren Abgabe. Mit anderen Worten: Verspätete Abgaben gelten als nicht abgegeben und werden dementsprechend mit 0 Punkten bewertet.

Klären Sie bitte Schwierigkeiten mit Vorlesungen oder Übungen möglichst umgehend in den zur Verfügung gestellten Sprechzeiten. In der Tutorensprechstunde stehen Ihnen (alternierend) Studenten höherer Semester zu Rückfragen bereit.

Sollten Sie an einer der Klausuren nicht teilnehmen können, so legen Sie bitte ein ärztliches Attest vor; andernfalls wird die Klausur mit 0 Punkten bewertet.

**Aufgabe 1. (Monoide)**

(4+2 Punkte)

In der Vorlesung haben wir erfahren, dass die Menge  $X^X$  zusammen mit der Hinereinanderausführung  $\circ$  ein Monoid bildet. Geben Sie die Verknüpfungstafel für den Fall  $X = \{0, 1\}$  an; kennzeichnen Sie das neutrale Element, indem Sie es an erster Stelle anführen.

Ist das Monoid kommutativ, d.h., gilt für alle Elemente  $f, g \in X^X$  :  $f \circ g = g \circ f$ ? (Diskutieren Sie hierfür entweder alle Fälle oder geben Sie ein Gegenbeispiel an.)

Bitte wenden!

**Aufgabe 2. (Morphismen)**

(4 Punkte)

Beweisen Sie die folgende Aussage aus der Vorlesung:

Sind  $(H, \circ, e)$  und  $(G, \square, 1)$  Monoide und ist  $h : H \rightarrow G$  ein Halbgruppenmorphismus von  $(H, \circ)$  nach  $(G, \square)$ , so ist  $h$  bereits ein Monoidmorphismus.

Benutzen Sie dabei Aussagen, die vorher in der Vorlesung behandelt (aber nicht notwendig vollständig bewiesen) wurden.

**Aufgabe 3. (reguläre Sprachen / DEAs)**

(6+6+5 Punkte)

Wir betrachten in dieser Aufgabe folgende Sprachen über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$ :

$$L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid \ell(h(w)) \text{ ist gerade}\},$$

wobei der Morphismus  $h : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$  durch  $h(a) = a$  und  $h(b) = \lambda$  beschrieben ist und  $\ell$  die aus der Vorlesung bekannte Längenfunktion ist.

$$L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \ell(w) \text{ lässt beim Teilen durch drei nicht den Rest } 1\}.$$

1. Zeigen Sie:  $L_1$  ist regulär und  $L_2$  ist regulär. Hinweis: Es genügt hier die Angabe der Monoide, Morphismen und Teilmengen ohne echten Beweis der Richtigkeit der Konstruktion.
2. Geben Sie einen deterministischen endlichen Automaten  $A_1$  an, der  $L_1$  erkennt, und einen anderen deterministischen endlichen Automaten  $A_2$ , der  $L_2$  erkennt, jeweils sowohl durch eine Überführungstafel als auch einen Automatengraphen.
3. Beweisen Sie formal eine der möglichen vier Inklusionen  $L(A_1) \subseteq L_1$ ,  $L(A_1) \supseteq L_1$ ,  $L(A_2) \subseteq L_2$  oder  $L(A_2) \supseteq L_2$ .