

Übungen zur Vorlesung
Automaten und Formale Sprachen
Aufgabenblatt 2

Abgabe der Ausarbeitungen: FR, 26.05.2006, spätestens 12.00 Uhr

Wo? Fächer beschriftet mit “Automaten und Formale Sprachen”
in der Mitte der vierten Etage vor H426

Aufgabe 4. (DEAs und NEAs)

(5+2+(5+1+2) Punkte)

In der Vorlesung haben wir gelernt, wie man zu einer gegebenen endlichen Sprache $L \subset \{a, b\}^*$ einen sie akzeptierenden NEA angeben kann (den so genannten Skelettautomaten).

1. Definieren Sie in Analogie zu gegebener endlicher Sprache $L \subset \{a, b\}^*$ allgemein einen *Mustererkenner* M_L , der die Sprache $L' \subseteq \{a, b\}^*$ akzeptiert mit der Eigenschaft $w' \in L'$ gdw. es gibt ein Wort $w \in L$ so dass $w' = xwy$ für geeignete $x, y \in \{a, b\}^*$. Ihr Automat sollte $\sum_{w \in L} (\ell(w) + 1)$ viele Zustände haben.
2. Geben Sie konkret durch einen Automatengraphen den Mustererkenn-NEA M_L laut Ihrer Konstruktionsvorschrift aus dem ersten Aufgabenteil für $L = \{abb, baab, aaab\}$ an.
3. Verwandeln Sie Ihren soeben gewonnen NEA M_L für

$$\{a, b\}^* \{abb, baab, aaab\} \{a, b\}^*$$

in einen äquivalenten A DEA mit dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren. Wie viele Zustände hätte der mit der Potenzautomatenkonstruktion erzeugte DEA im schlimmsten Fall, und wie viele hat er “tatsächlich”, wenn eben nur die “benötigten” Zustände erzeugt werden (lazy evaluation)? Überprüfen Sie die Richtigkeit Ihrer Konstruktion dadurch, dass Sie “Schritt für Schritt” nachrechnen durch Angabe der betreffenden Konfigurationsübergänge, dass *ababba* akzeptiert wird, *ababa* jedoch nicht.

Bitte wenden!

Aufgabe 5. (Komplementkonstruktion)

(5+9 Punkte)

1. Beweisen Sie die Richtigkeit der in der Vorlesung angegebenen Konstruktion zum Komplementabschluss der DEA-Sprachen im Einzelnen.
2. Wir hatten folgende wesentlichen formalen Unterschiede zwischen DEAs und NEAs betrachtet: (a) Einträge dürfen leer sein. (b) Es gibt mehr als einen Eintrag an einer Stelle der Überführungstafel (Mehrfacheinträge). (c) Es gibt eine Anfangszustandsmenge, nicht nur einen einzelnen Anfangszustand.

Für $x \in \{(a),(b),(c)\}$ sagen wir, dass ein Automat die x -Eigenschaft besitzt, falls der die in Bedingung x angedeutete mögliche Eigenschaft tatsächlich besitzt, jedoch keine der anderen beiden Eigenschaften. So besitzt ein Automat die (a)-Eigenschaft, wenn seine Überführungstafel leere Einträge besitzt, aber keine Mehrfacheinträge und auch nur einen Anfangszustand. Zeigen Sie durch Angabe geeigneter Gegenbeispiele, dass es je einen NEA A_x für $x \in \{(a),(b),(c)\}$ gibt, der die x -Eigenschaft besitzt, für den die Komplementkonstruktion aber nicht das gewünschte Ergebnis liefert, d.h., der Automat A'_x , der aus A_x durch Komplementierung der Endzustandsmenge entsteht, akzeptiert nicht das Komplement der von A_x akzeptierten Sprache.

Aufgabe 6. (Kleene-Stern)

(3+5+4+3 Punkte)

1. Geben Sie einen NEA A mit fünf Zuständen an, der die Menge L aller Wörter über $\{a, b\}$ akzeptiert, die auf $abab$ enden.
2. Beweisen Sie formal entweder $L \subseteq L(A)$ oder $L(A) \subseteq L$ (also eine Inklusion Ihrer Wahl).
3. Konstruieren Sie (wie in der Vorlesung) aus A einen NEA A' mit λ -Übergängen, der $L(A') = (L(A))^*$ erfüllt.
4. Geben Sie einen NEA A'' ohne λ -Übergänge an, der $L(A'') = (L(A))^*$ genügt, aber möglicherweise sogar weniger Zustände als A' hat.

Aufgabe 7. (EAs zur Modellierung)

(6+2 Punkte)

Ein Bauer möchte einen Jagdhund, eine Ziege und einen Kohlkopf auf dem Markt in der nächsten Stadt verkaufen. Um zum Marktplatz zu gelangen, muss er allerdings einen Fluss überqueren. Am Ufer liegt zwar ein Boot vertäut, das aber den Nachteil aufweist, dass neben der Person, die das Boot rudert, nur noch ein leichter Gegenstand mitgenommen werden kann, da sonst das Boot untergeht. So ist es dem Bauer nicht möglich, den Hund, die Ziege und den Kohl auf einmal mitzunehmen, sondern nur jeweils eines davon. Dabei muss er allerdings noch beachten, dass er den Hund und die Ziege nie alleine auf einer Seite zurück lässt, da sonst der Hund die Ziege fressen würde. Aus einem

ähnlichen Grund darf er auch die Ziege und den Kohlkopf nicht alleine zurück lassen. Da der Bauer daran interessiert ist, alles unversehrt ans andere Ufer zu bringen, muss er einen Weg suchen, wie dies möglich ist.

Setzen Sie dieses Problem in eine Darstellung durch endliche Automaten um, wobei die „Eingaben“ die durchgeführten Aktionen sind. Verwenden Sie dabei folgende Symbole als Eingabezeichen des Automaten:

- Symbol b : Bauer überquert alleine den Fluss;
- Symbol h : Bauer überquert zusammen mit dem Hund den Fluss;
- Symbol z : Bauer überquert mit der Ziege den Fluss;
- Symbol k : Bauer überquert mit dem Kohlkopf den Fluss.

Lösen Sie daraufhin dieses Problem der Landwirtschaft unter Benutzung des Automaten.

Genauer gibt es maximal 6 Punkte für die Entwicklung eines geeigneten EA-Modells (Leitfragen hier: Was sind überhaupt die Zustände und wie sehen die möglichen Zustandsübergänge aus?), und evtl. zwei weitere Punkte für die Lösung des dargestellten Problems mit Hilfe des angegebenen Automaten.