Fernau/Raible
Universität Trier

Sommersemester 2006

Übungen zur Vorlesung

Automaten und Formale Sprachen

Aufgabenblatt 3

Abgabe der Ausarbeitungen: FR, 16.06.2006, spätestens 12.00 Uhr

Wo? Fächer beschriftet mit "Automaten und Formale Sprachen"
in der Mitte der vierten Etage vor H426

Aufgabe 8. (Reguläre Ausdrücke)

1. (2+2+2 Punkte)
   Geben Sie möglichst einfache reguläre Ausdrücke für die folgenden Teilmengen von $\{a, b\}^*$ an:
   (a) $\{x \mid x$ beinhaltet eine gerade Anzahl von a's$\}$
   (b) $\{x \mid x$ beinhaltet eine ungerade Anzahl von b's$\}$
   (c) $\{x \mid x$ beinhaltet an seinen geradzahligen Positionen ausschließlich a's$\}$
2. (2+2 Punkte)
   Geben Sie die folgenden regulären Ausdrücke in Mengennotation und als deterministische endliche Automaten an (graphische Darstellung genügt):
   (a) $((000)^* \mid (111)^*)$ und für
   (b) $(01 \mid 10)(01 \mid 10)(01 \mid 10)$.
3. (3+2 Punkte) Beweisen oder widerlegen Sie:
   (a) Ist L^* regulär, so auch ist auch L regulär.
   (b) Sind $L_1 L_2$ und L_1 regulär, so auch L_2.
4. (2+2 Punkte)
   Welche der folgenden Sprachen sind regulär? Benutzen Sie die Abschlusseigenschaften von regulären Sprachen, um ihre Antwort zu begründen.
   (a) Die Menge aller Binärzahlen, die nicht durch drei teilbar sind.
   (b) Die Menge aller Dezimalzahlen, die mindestens 10 Ziffern haben und durch vier teilbar sind.

Aufgabe 9 (Pumping Lemma)

1. (2+2+2 Punkte)
   Geben Sie für die folgenden Sprachen jeweils die kleinste natürliche Zahl n an, so dass das Pumping Lemma mit dieser Zahl für alle Wörter w mit $l(w) \geq n$ gilt. Begründen Sie Ihre Antwort!

   (a) $L = \left\{ \text{x} \;\middle|\; \begin{array}{l} \text{x ist im Nachkommateil der Dezimalzahldarstellung von} \\ \text{1/7 enthalten oder } \lambda \end{array} \right\}$

   (b) $L = \{x \in \{a,b\}^* \mid \#a = 2m, \#b = 2n, m, n \in \mathbb{N}_0\}$

   (c) $L = \{x \in \{0,1\}^* \mid \text{ x ist durch drei teilbar}\}$

   (Anleitung: Zeichnen Sie als erstes den entsprechenden Automaten, welcher die Sprache erkennt. Ermitteln Sie auf Basis des Automaten ein n, so dass das Pumping Lemma für alle Wörter der Sprache gilt. Geben Sie dann ein Beispiel (ein Wort), dass es für $\tilde{n} := n - 1$ nicht für alle Worte der Sprache gelten kann.)

2. (3+4+5 Punkte)
   Zeigen Sie für die folgenden drei Sprachen mit Hilfe des Pumping Lemmas, dass sie **nicht** regulär sind:

   (a) L=$\{a^k b^n \mid 0 \leq n \land 0 \leq k \leq 2n\}$

   (b) L=Menge aller beliebig langen, arithmetischen Ausdrücke mit + und $\cdot$ und zwei Variabeln x, y, wobei **jeder** Term der Form 'A_1 op A_2', op $\in \{+, \cdot\}$, geklammert sein muss. Es dürfen keine zusätzlichen Klammern vorkommen.
   Beispielwort: $(((x + y) \cdot y) + (x \cdot x))$
   Jede Variable kann beliebig oft, also auch gar nicht, vorkommen.

   (c) L=$\{w \in \{a,b\}^* \mid w \neq xx, x \in \{a,b\}^*\}$

Aufgabe 10 (Satz von Myhill/Nerode)

1. (2+2 Punkte)
   Bestimmen sie zu folgenden Sprachen die Äquivalenzklassen bezüglich $\equiv_L$:

   (a) $L_a = \{w \mid w \in \{a,b,c\}^*, w$ enthält bab als Teilwort$\}$

   (b) $L_b = \{a^n b^m \mid n \geq 0, m \geq 2\}$, $L_b \subset \{a,b\}^*$

2. (2+3 Punkte)
   Entscheiden sie mit dem Satz von Myhill/Nerode ob die folgenden Sprachen regulär sind:

   (a) $L_1 = \{w \in \{a,b\}^* \mid w = a^n b^m, n > 0, m > n\}$

   (b) $L_2 = \{w \in \{a\}^* \mid w = a^{n^2}, n > 0\}$