Fernau/Raible
Universität Trier

Sommersemester 2006

Übungen zur Vorlesung

Automaten und Formale Sprachen

Aufgabenblatt 4

Abgabe der Ausarbeitungen: 30.6.06, spätestens 12.00 Uhr

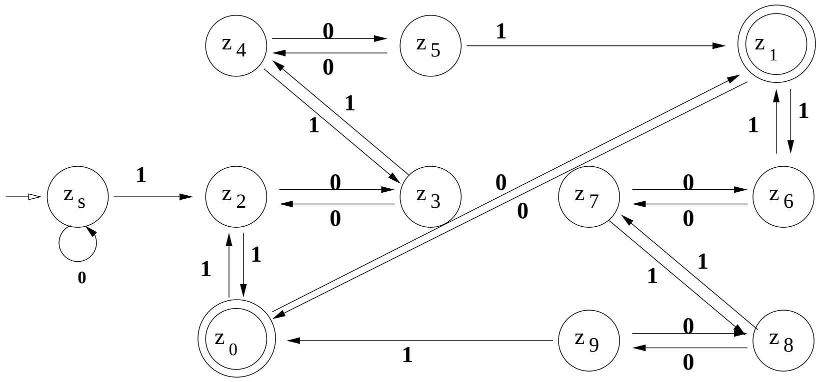
Wo? Fächer beschriftet mit "Automaten und Formale Sprachen"
in der Mitte der vierten Etage vor H426

Aufgabe 10 (Satz von Myhill/Nerode)

1. (2+3 Punkte)
   Entscheiden sie mit dem Satz von Myhill/Nerode ob die folgenden Sprachen regulär sind:
   (a) $L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = a^n b^m, n > 0, m > n\}$
   (b) $L_2 = \{w \in \{a\}^* \mid w = a^{n^2}, n > 0\}$

Aufgabe 11 (Minimalautomat)

(8 Punkte)
Minimieren Sie den folgenden DEA nach dem in der Vorlesung vorgestellten Algorithmus. Der entstehende Automat hat nur noch vier Zustände und sollte Ihnen bekannt vorkommen.
M=($\{z_s, z_0, z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7, z_8, z_9\}, \{0, 1\}, \delta$ s. Zustandsgraph, $z_s, \{z_0, z_1\}$)



Aufgabe 12 (Knuth-Morris-Pratt Algorithmus)

1. (4 Punke)
   Sei $P = ababc$ ein Pattern. Der Eintrag $b[i]$ soll, wie in der Vorlesung definiert, die Länge des breitesten Randes des Präfixes der Länge i von P enthalten.
   Berechnen sie $b[]$ für alle $i = 1, \ldots, n$ bezüglich P.

2. (8 Punkte)
   T ist Text der Länge n und P ein Pattern der Länge m.
   Der Knuth-Morris-Pratt Algorithmus sieht wie folgt aus:

   $q \leftarrow 0$
   for $i \leftarrow$ **to** n
       do while $q > 0$ and $P[q+1] \neq T[i]$
               do $q \leftarrow b[q]$
           if $P[q+1] = T[i]$ **then** $q \leftarrow q+1$
           if $q = m$ **then** { print 'Pattern occurs with shift' $i - m$; $q \leftarrow b[q]$ }

   Benutzen sie nun den Algorithmus (und besonders $b[]$) um einen DEA zu konstruieren, der ein Pattern-Matcher für $P = ababc$ ist.
   (Versuchen sie mit Hilfe von $b[]$ als erstes einen 'λ -DEA', also ein DEA dessen einziges nicht-deterministisches Element λ -Übergänge sind, zu bauen. Eliminieren sie dann die λ -Übergänge.)

Hinweis:

Bei einem (nicht-deterministischen) Kellerautomaten gilt folgendes:
$\Delta \subseteq (Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times \Gamma^*) \times (Q \times \Gamma^*)$ (siehe Vorlesung).
Bei einem deterministischen Kellerautomaten ist Δ eine Funktion (vgl. DEA und NEA): $\Delta : (Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times \Gamma^*) \rightarrow (Q \times \Gamma^*)$.
Pro Zustand, Eingabe und Kellerzeichen gibt es also immer höchstens eine Nachfolgekonfiguration.

Aufgabe 13 (Kellerautomaten 1)

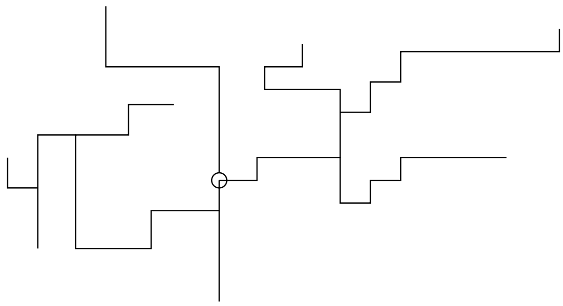
1. (6 Punkte)
   Wir betrachten eine etwas 'altertümliche', einfache Zeichenmaschine. Diese besitzt einen Schreibkopf, der bei jeder Bewegung auf das Papier zeichnet und sich auch nicht anheben lässt. Nach dem Schreibvorgang muss der Kopf an seine Ausgangsposition zurückgeführt werden und er darf ebenfalls diese Position nach seiner Rückkehr nicht verlassen. Die Rückkehr zur Ausgangsposition über Kreiswege ist nicht möglich, der Kopf muss also immer die bereits gezeichnete Linie zurückverfolgen. Der Schreibkopf läßt sich in 4 Richtungen bewegen: o, u, l, r (respektive oben, unten, links, rechts). Die Richtungen o, u und l, r sind jeweils konträr: $\overline{u} = o, \overline{o} = u, \overline{l} =$

$r, \overline{r} = l$.
Entwerfen sie einen nicht-deterministischen Kellerautomaten A, der die '1-Spur-Sprache' erkennt, diese ist

$$L = \{w \in \{o, u, l, r\}^* \mid w = x_1 x_2 \ldots x_n \overline{x_n} \ldots \overline{x_2}\,\overline{x_1}\}$$

2. (6 Punkte)
Beweisen sie: $L = L(A)$.
($L \subseteq L(A)$ mit Induktion nach Wortlänge, $L(A) \subseteq L$ mit Induktion nach Länge der Ableitung).

3. (4 Punkte)
Der Automat aus 1) liegt nun in der Version 2.0 vor. Als neues Feature darf er nun zusätzlich auch nach jeder Rückkehr zum Ausgangspunkt diesen wieder verlassen.
Entwerfen sie einen nicht-deterministishen Kellerautomaten, der nun in der Lage ist auch 'Verästelungen' zu erkennen, also Bilder wie das Folgende:



Aufgabe 14 (Kellerautomaten 2) (2+2+3+4 Punkte)

1. Geben sie einen <u>deterministischen</u> Kellerautomaten an, der die Sprache $L_1 = \{a_1 a_2 \ldots a_n * a_n \ldots a_2 a_1 \mid a_i \in \{a, b\}\}$ erkennt.
2. Geben sie einen Kellerautomaten an,
der $L_2 = \{w \mid w \in \{a, b\}^*, w = w^R, |w| \text{ ungerade}\}$ erkennt.
3. Geben sie einen <u>deterministischen</u> Kellerautomaten an, der die Sprache $L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{ in } w \text{ sind genau soviele } a\text{'a wie } b\text{'s.}\}$ erkennt.
4. Geben sie einen <u>deterministischen</u> Kellerautomaten an, der die Sprache $L_4 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{ in } w \text{ sind doppelt soviele } a\text{'a wie } b\text{'s.}\}$ erkennt.

Tutorensprechstunde:

Die Tutorensprechstunde findet am 22.6 und 29.6 um 8 Uhr in H11 statt.