

Übungen zur Vorlesung  
Automaten und Formale Sprachen  
Aufgabenblatt 5

Abgabe der Ausarbeitungen: 13.7.06, spätestens 8.15 Uhr

Wo? Fächer beschriftet mit "Automaten und Formale Sprachen"  
in der Mitte der vierten Etage vor H426

**Aufgabe 15 (kontextfreie Grammatik 1)**(4+2 Punkte)

Gegeben eine Grammatik  $\Gamma$  mit der Variablenmenge  $\{S, A, B\}$ , dem Terminalalphabet  $\{a, b\}$ , dem Startsymbol  $S$  und den Produktionen

$$\begin{aligned} S &\rightarrow bA \mid aB \\ A &\rightarrow a \mid aS \mid bAA \\ B &\rightarrow b \mid bS \mid aBB. \end{aligned}$$

- (a) Geben Sie einen Syntaxbaum für das Wort  $aababb$  an.
- (b) Zeigen Sie, dass die Grammatik mehrdeutig ist (Es gibt also ein Wort  $w \in L(\Gamma)$ , welches zwei Ableitungen hat) .

**Aufgabe 16 (kontextfreie Grammatik 2)**(5 Punkte)

Geben sie eine kontextfreie Grammatik für die folgende Sprache an:

$$L = \{w_1w_2 \dots w_n \in \{0, 1, \dots, 9, \cdot\}^* \mid w_1w_2 \dots w_n \text{ ist Dezimalbruch ohne unnötige } 0 \}$$

Der Punkt '.' stellt das Dezimaltrennzeichen dar.

**Aufgabe 17 ( $KF \subseteq PDA$ )**(6+3 Punkte)

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik  $G = (\{a, b, c\}, \{S, M, N\}, P, S)$  mit folgenden Produktionen  $P$ :

$$\{S \rightarrow cMNC, M \rightarrow aMa \mid c, N \rightarrow bNb \mid c\}.$$

1. Konstruieren sie den zu obiger Grammatik gehörigen Kellerautomaten mittels der in der Vorlesung vorgestellten Konstruktion.

2. Geben Sie eine Konfigurationsfolge des Kellerautomaten bei Eingabe *cacabcbc* an.

**Aufgabe 18** ( $PDA \subseteq KF$ )(6+3 Punkte)

Gegeben sei der Kellerautomat mit nachfolgender Überföhrungsfunktion:

$$\begin{aligned}
 &((z_0, a, \triangleleft) , (z_0, A\triangleleft)) \\
 &((z_0, b, \triangleleft) , (z_0, B\triangleleft)) \\
 &((z_0, a, A) , (z_0, AA)) \\
 &((z_0, b, A) , (z_0, \epsilon)) \\
 &((z_0, a, B) , (z_0, \epsilon)) \\
 &((z_0, b, B) , (z_0, BB)) \\
 &((z_0, \epsilon, \triangleleft) , (z_0, \epsilon))
 \end{aligned}$$

1. Konstruieren Sie die zu obigem Kellerautomaten gehörende kontextfreie Grammatik mittels der in der Vorlesung vorgestellten Konstruktion.
2. Geben Sie eine Linksableitung für das Wort *aabbba* an.

**Aufgabe 19 (Chomsky-Normalform)**(2+4+4+4 Punkte)

Gegeben sei die Grammatik  $\Gamma = (\{a, b, c, d, \neg, \vee, \wedge\}, \{A, D, K, L, E, S\}, R, S)$ , wobei  $R$  folgende Produktionen umfaßt:

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow D \mid E \\
 D &\rightarrow L \mid L \vee D \\
 K &\rightarrow L \mid L \wedge K \\
 L &\rightarrow A \mid \neg A \\
 A &\rightarrow a \mid b \mid c \\
 E &\rightarrow \lambda
 \end{aligned}$$

- (a) Entferne die  $\lambda$ -Übergänge. Dies ergibt die Grammatik  $\Gamma_1$ .
- (b) Eliminiere die Kettenregeln in  $\Gamma_1$ . Dies ergibt die Grammatik  $\Gamma_2$ .
- (c) Eliminiere Regeln in  $\Gamma_2$ , die auf der rechten Seite sowohl Terminale als auch Nonterminale stehen haben. Dies ergibt die Grammatik  $\Gamma_3$ .
- (d) Eliminiere Regeln in  $\Gamma_3$ , die auf der rechten Seite mehr als 2 Nonterminale haben. Dies ergibt die Grammatik  $\Gamma_4$ .

*Voilà*: Jetzt haben wir mit  $\Gamma_4$  eine zu  $\Gamma$  äquivalente Grammmatik in Chomsky-Normalform erhalten.

(Hinweis: Eine Grammatik ist in Chomsky-Normalform, wenn sie, kurz gesagt, nur Regeln der Form  $A \rightarrow BC$  und  $A \rightarrow a$  enthält.)

**Aufgabe 20 (CYK-Algorithmus)**(6 Punkte)

Betrachten Sie die wie folgt in Chomsky Normalform gegebene kontextfreie Grammatik  $G = (V, T, P, S)$ :

- $V = \{S, L, R\}$ ;
- $T = \{a, b\}$ ;
- $P = \{S \rightarrow LR, S \rightarrow SS, S \rightarrow a, L \rightarrow a, R \rightarrow SR, R \rightarrow b\}$ .

In der Vorlesung haben Sie den Algorithmus CYK von Cocke, Younger und Kasami zum Parsen kontextfreier Grammatiken in Chomsky Normalform kennengelernt. Erstellen Sie die in diesem Algorithmus wesentliche Tabelle, um zu verifizieren, dass  $aaaabb \in L(G)$ .