

Übungen zur Vorlesung
Automatentheorie und Formale Sprachen
Aufgabenblatt 2

Abgabe der Ausarbeitungen: MO, 21.04.2008, spätestens 12.00 Uhr

Wo? Fächer beschriftet mit “Automaten und Formale Sprachen”
in der Mitte der vierten Etage vor H426 oder um 12.25 Uhr in der Übung.
Die Übungsaufgaben werden dann gleich anschließend
in der Übung vorgerechnet.

Aufgabe 5 (DEAs und NEAs)

(5+2+(5+1+2) Punkte)

In der Vorlesung haben wir gelernt, wie man zu einer gegebenen endlichen Sprache $L \subset \{a, b\}^*$ einen sie akzeptierenden NEA angeben kann (den so genannten Skelett-automaten).

1. Definieren Sie in Analogie zu gegebener endlicher Sprache $L \subset \{a, b\}^*$ allgemein einen *Mustererkenner* M_L , der die Sprache $L' \subseteq \{a, b\}^*$ akzeptiert mit der Eigenschaft $w' \in L'$ gdw. es gibt ein Wort $w \in L$ so dass $w' = xwy$ für geeignete $x, y \in \{a, b\}^*$. Ihr Automat sollte $\sum_{w \in L} (\ell(w) + 1)$ viele Zustände haben.
2. Geben Sie konkret durch einen Automatengraphen den Mustererkenner-NEA M_L laut Ihrer Konstruktionsvorschrift aus dem ersten Aufgabenteil für $L = \{abba, baab, aba\}$ an.
3. Verwandeln Sie Ihren soeben gewonnen NEA M_L für

$$\{a, b\}^* \{abba, baab, aba\} \{a, b\}^*$$

in einen äquivalenten *A* DEA mit dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren. Wie viele Zustände hätte der mit der Potenzautomatenkonstruktion erzeugte DEA im schlimmsten Fall, und wie viele hat er “tatsächlich”, wenn eben nur die “benötigten” Zustände erzeugt werden (lazy evaluation)? Überprüfen Sie die Richtigkeit Ihrer Konstruktion dadurch, dass Sie “Schritt für Schritt” nachrechnen durch Angabe der betreffenden Konfigurationsübergänge, dass *ababba* akzeptiert wird, *babbba* jedoch nicht.

Hinweis: $\ell : \Sigma^* \rightarrow \mathbb{N}$ ist die Längenfunktion.

Aufgabe 6 (Produktmonoid)

(7 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$ und $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid \ell(w) \text{ gerade}\}$ sowie

$L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \ell(w) \text{ lässt Rest 1 oder 2 beim Teilen durch 3}\}$.

Sei $L_3 = L_1 \triangle L_2$ wobei $A \triangle B := (A \cup B) \setminus (A \cap B)$. \triangle wird die *symmetrische Differenz* genannt. \triangle ist eine 2-stellige Mengenoperation und somit ist L_3 regulär.

Finden Sie ein Monoid in welches sie L_3 mittels Homomorphismus abbilden können. Nutzen Sie hierzu die Monoide $\mathcal{M}_1 = (\mathbb{Z}_2, +, 0)$ und $\mathcal{M}_2 = (\mathbb{Z}_3, +, 0)$. Ziehen Sie die entsprechende Folie aus VL4 zur Hilfe heran.

Aufgabe 7 (Kleene-Stern)

(3+5+4+3 Punkte)

1. Geben Sie einen NEA A mit fünf Zuständen an, der die Menge L aller Wörter über $\{a, b\}$ akzeptiert, die auf $abba$ enden.
2. Beweisen Sie formal entweder $L \subseteq L(A)$ oder $L(A) \subseteq L$ (also eine Inklusion Ihrer Wahl).
3. Konstruieren Sie (wie in der Vorlesung) aus A einen NEA A' mit λ -Übergängen, der $L(A') = (L(A))^*$ erfüllt.
4. Geben Sie einen NEA A'' ohne λ -Übergänge an, der $L(A'') = (L(A))^*$ genügt, aber möglicherweise sogar weniger Zustände als A' hat.

Aufgabe 8 (Modellierung)

(6+3 Punkte)

Gegeben sei folgendes Spiel. Wir haben zwei Stapel L und R mit Dominosteinen. Beide haben Größe drei. Als Spielzüge kommen in Frage einen Stein von L oder R zu nehmen oder jeweils einen von L und R . Dieses Spiel wird von Spielern A und B gespielt. Jeder macht abwechselnd einen Zug. Verloren hat derjenige Spieler, der den letzten Dominostein nehmen muss. Modellieren Sie dieses Spiel mit Hilfe eines Automaten.

Genauer gibt es maximal 6 Punkte für die Entwicklung eines geeigneten DEA-Modells (Leitfragen hier: Was sind überhaupt die Zustände und wie sehen die möglichen Zustandsübergänge aus?), und evtl. drei weitere Punkte für die Angabe einer Gewinnstrategie für A oder B oder einen Beweis, dass keine solche Strategie existiert.