

Übungen zur Vorlesung
Automaten und Formale Sprachen
Aufgabenblatt 3

Abgabe der Ausarbeitungen: MO, 28.04.2008, spätestens 12.25 Uhr

Wo? Fächer beschriftet mit "Automaten und Formale Sprachen"
in der Mitte der vierten Etage vor H426

Aufgabe 9 (Reguläre Ausdrücke)

((1+1+2+2)+(2+2+3)+(3) Punkte)

1. Welche Der folgenden Gleichungen stimmen oder sind falsch? Widerlegen Sie oder Beweisen Sie:

- (a) $(r^*s^*) = (r|s)^*$
- (b) $(r|s)^* = r^*|s^*$
- (c) $s(rs|s)^*r = rr^*s(rr^*s)^*$
- (d) $(rs|r)^*r = r(sr|r)^*$

2. Geben Sie möglichst einfache reguläre Ausdrücke für die folgenden Teilmengen von $\{a, b\}^*$ an:

- (a) $\{x \mid x \text{ beinhaltet eine Anzahl von } a\text{'s, die durch 3 teilbar ist}\}$
- (b) $\{x \mid x \text{ beinhaltet eine gerade Anzahl von } b\text{'s und beginnt und endet mit } b.\}$
- (c) $\{x \mid x \text{ beinhaltet an seinen geradzahigen Positionen ausschließlich } a\text{'s}\}$

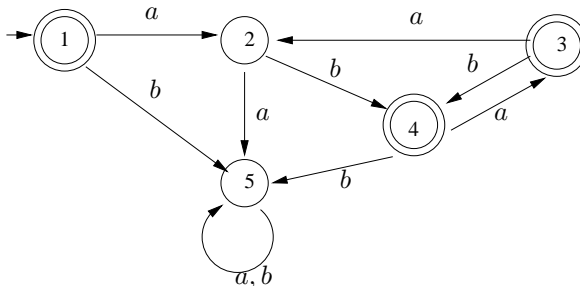
3. Welche Sprache wird durch den folgenden regulären Ausdruck beschrieben:

$$((a)^*|(((a)^*(b|bb))(a(a)^*(b|bb))^*(a)^*))$$

Aufgabe 10 (Reguläre Ausdrücke & DEAs)

(5+5 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$ und folgender DEA M gegeben:



1. Konstruieren Sie einen regulären Ausdruck (RA), welcher $L(M)$ beschreibt. Benutzen Sie hierfür das in der Vorlesung definierte Objekt $R[i, j, k]$.
2. Vereinfachen Sie den RA soweit wie möglich. Volle Punktzahl gibt es auf korrekte mathematisch Umformungen. Aber auch wenn eine korrekte Begründung in Prosa vorliegt gibt es Punkte.
 Tipp: Der vereinfachte RA enthält dann 5 Zeichen und enthält die beiden kürzesten Wörter aus $L(M) \setminus \{\lambda\}$. $ab(a(b|ab))^*a = (ab|aba)^*aba$ ist hilfreich und ist mittels Induktion beweisbar.

Aufgabe 11 (Pumping Lemma)

((3+3)+(3+4) Punkte)

1. Geben Sie für die folgenden Sprachen jeweils die kleinste natürliche Zahl n an, so dass das Pumping Lemma mit dieser Zahl für alle Wörter w mit $l(w) \geq n$ gilt. Begründen Sie Ihre Antwort!

(a) $L = \left\{ x \mid \begin{array}{l} x \text{ ist im Nachkommateil der Dezimalzahldarstellung von} \\ 2/13 \text{ enthalten oder } \lambda \end{array} \right\}$

(b) $L = \{x \in \{0, 1, 2\}^* \mid x \text{ ist durch drei teilbar}\}$.

Hierbei wird jedes Wort von rechts nach links als Ternärzahl interpretiert. (Also stehen die niederwertigeren Stellen rechts in der Zahl und die am weitesten links stehende wird in den Automaten jeweils eingelesen).

(Anleitung: Zeichnen Sie als erstes den entsprechenden Automaten, welcher die Sprache erkennt. Ermitteln Sie auf Basis des Automaten ein n , so dass das Pumping Lemma für alle Wörter der Sprache gilt. Geben Sie dann ein Beispiel (ein Wort), dass es für $\tilde{n} := n - 1$ nicht für alle Worte der Sprache gelten kann.)

2. Zeigen Sie für die folgenden zwei Sprachen mit Hilfe des Pumping Lemmas, dass sie **nicht** regulär sind:

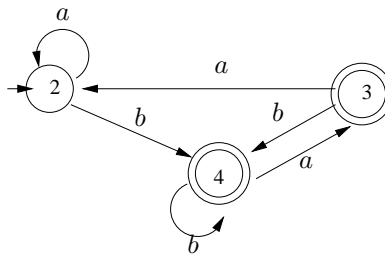
(a) $L = \{a^n b^k \mid 0 \leq n \wedge k \geq 2n\}$

(b) $L = \{a^{n^3} \mid n \geq 0\}$.

Aufgabe 12 (Transformationsmonoid)

(7 Punkte)

Stellen Sie das Transformationsmonoid des folgenden Automaten auf.



Zum Transformationsmonoid sei folgendes gesagt: Für gegebenen DEA A und ein $w \in \Sigma^*$ können wir eine Funktion $\alpha_w : Q \rightarrow Q$ definieren. Für ein $q_1 \in Q$ sei $\alpha_w(q_1)$ der Zustand der erreicht wird, wenn wir q_1 als Startzustand betrachten und dann w gemäß A 'abarbeiten'. Das Transformationsmonoid ist dann $(\{\alpha_w \mid w \in \Sigma^*\}, \circ, \alpha_\lambda)$, wobei \circ die Verknüpfung von Funktionen darstellt.