Theoretische Informatik Trier

Fernau/Raible
Sommersemester 2008
Universität Trier

Übungen zur Vorlesung

Automaten und Formale Sprachen

Aufgabenblatt 5

Abgabe der Ausarbeitungen: MO, 19.05.2008, spätestens 12.25 Uhr

Wo? Fächer beschriftet mit "Automaten und Formale Sprachen"
in der Mitte der vierten Etage vor H426

Aufgabe 21 (Grammatiken) (3+2+4+6 Punkte)

Geben Sie Grammatiken für folgende Sprachen über dem Alphabet $\{0, 1\}$ an:

1. Die Sprache aller Wörter, die aus mindestens 3 Einsen bestehen.
2. Die Sprache aller Wörter, die das Teilwort 010 beinhalten.
3. Die Sprache aller Wörter, die die durch 2 teilbaren Binärzahlen darstellen.
4. Die Sprache aller Wörter, die die durch 3 teilbaren Binärzahlen darstellen.

Tipp für die letzte Teilaufgabe: Stellen Sie den entsprechenden Automaten auf und versuchen Sie diesen zu 'emulieren'.

Aufgabe 22 (kontextfreie Grammatik) (2+3+7 Punkte)

Geben Sie eine kontextfreie Grammatik für die folgenden Sprache an:

1. $L_2 = \{w \in \{(,)\}^* \mid w \text{ ist ein korrekt geklammerter Ausdruck}\}$, also $(())() \in L_2$.
2. Sei $L_3 = \{w \in \{[,]\}^* \mid w \text{ ist ein korrekt geklammerter Ausdruck}\}$. Gib für $(L_2 \cup L_3)^*$ eine Grammatik an.

3. $L_4 = \{w \mid w \in \{a,b\}^*,$ Die Anzahl der a's in w unterscheidet sich von der der b's genau um $1\}$ Hierzu eine Hilfestellung: Jedes $w \in L_4$ lässt sich wie folgt partitionieren: $w = a_1 \dots a_n$ mit folgenden Eigenschaften bzgl. der a_i

   (a) In a_i sind gleich viele a's wie b's.

   (b) In keinen Präfix von a_i sind gleich viele a's wie b's

   Ebenso gibt es 2 Arten von a_i. diejenigen die mit a beginnen, nennen wir Sie a_i^a, und diejenigen die mit b beginnen, also a_i^b. Hier zu ein Beispiel für $aabbabbabbaa$:

   $$\begin{array}{cccc} \overset{>}{a}\overset{>}{a}\overset{>}{b}\overset{=}{b} & \overset{>}{a}\overset{=}{b} & \overset{<}{b}\overset{=}{a} & \overset{<}{b}\overset{<}{b}\overset{<}{a}\overset{=}{a} \\ a_1^a & a_2^a & a_3^b & a_4^b \end{array}$$

   Hierbei geben die Zeichen $>, <, =$ an, ob a in der Mehrheit ist, in der Minderheit ist oder gleich viele a's wie b's im Präfix, das durch die jeweilige Position definiert ist, sind. Nutzen Sie eine Reinterpretation von $(,), [,]$.

Aufgabe 23 (Kellerautomat) (2+4+4 Punkte)

1. Geben Sie einen <u>deterministischen</u> Kellerautomaten an, der die Sprache $L_1 = \{w \in \{a,b\}^* \mid$ in w sind genau soviele a'a wie b's.$\}$ erkennt.

2. Geben Sie einen <u>deterministischen</u> Kellerautomaten an, der die Sprache $L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid 3\#_b(w) = \#_a(w)\}$ erkennt. Hierbei ist $\#_a(w)$ die Anzahl der a's in w. Analog definiert ist $\#_b(w)$.

3. Sei $L_3 = \{uawb \mid u, a, w, b \in \{a,b\}^* u = w\}$. Geben Sie einen Kellerautomaten an der L erkennt.

Hinweis:

Bei einem (nicht-deterministischen) Kellerautomaten gilt folgendes:
$\Delta \subseteq (Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times \Gamma^*) \times (Q \times \Gamma^*)$ (Siehe Vorlesung).
Bei einem deterministischen Kellerautomaten ist Δ eine Funktion (vgl. DEA und NEA): $\Delta : (Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times \Gamma) \to (Q \times \Gamma^*)$.
mit folgender Einschränkung:
$\exists((q,\lambda,k),(q',w')) \in \Delta \Rightarrow \forall a \in \Sigma : ((q,a,k),(q'',w'')) \notin \Delta$

Aufgabe 24 ($KF \subseteq PDA$) (6+3 Punkte)

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (\{a, b, c\}, \{S, M, N\}, P, S)$ mit folgenden Produktionen P:

$$\{S \to cMNc,\ M \to aMa \mid c,\ N \to bNb \mid c\}.$$

1. Konstruieren sie den zu obiger Grammatik gehörigen Kellerautomaten mittels der in der Vorlesung vorgestellten Konstruktion.

2. Geben Sie eine Konfigurationsfolge des Kellerautomaten bei Eingabe $cacabcbc$ an.