

Übungen zur Vorlesung
Näherungsalgorithmen
Aufgabenblatt 1

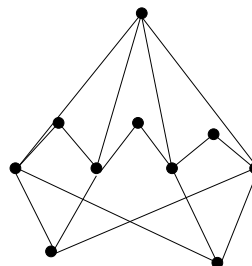
Aufgabe 1 (VERTEX COVER für Bäume)

1. Geben sie einen Polynomialzeit-Algorithmus an, der VERTEX COVER auf Bäumen optimal löst.
2. Sei T_n der vollständige Binärbaum der Tiefe n (es gibt also n Knoten, inklusive Wurzel r , auf jedem Weg von der Wurzel bis zu einem beliebigen Blatt). Zeige, dass für alle $n = 1 \pmod 2$ $n \geq 3$, die Wurzel r nie in einer optimalen Lösung für VERTEX COVER ist.

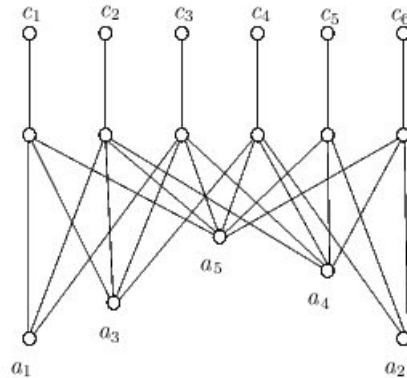
Aufgabe 2 (Greedy-VERTEX COVER)

Der Greedy-VERTEX COVER-Algorithmus wählt in jedem Schritt einen Knoten v mit aktuell höchstem Grad und löscht alle alle inzidenten Kanten.

1. Welche Lösung liefert Greedy-VERTEX COVER im schlechtesten Fall und welches ist das Optimum? Gib die Approximationsgüte für diesen Fall an!



2. Welche Lösung liefert Greedy-VERTEX COVER im schlechtesten Fall und welches ist das Optimum? Gib die Approximationsgüte für diesen Fall an! (Blatt wenden)



3. Geben sie eine Graphenfamilie an für die Greedy-VERTEX COVER keine konstante Approximationsgüte erreicht.

Aufgabe 3 (Parametrisiertes-VERTEX COVER)

Entwerfen sie einen Algorithmus der in Zeit $2^k p(n)$, $p(n)$ Polynom, entscheidet, ob ein Graph ein Vertex Cover der Größe k hat oder nicht.

Aufgabe 4 (Approximiertes-VERTEX COVER)

Zur Berechnung eines Vertex Cover sei folgender Algorithmus $MaxM$ gegeben:

1. Finde ein maximales Matching M .
2. **return** $MaxVC \leftarrow \cup_{\{u,v\} \in M} \{u, v\}$

Gebe eine Graphenfamilie G_n an für die gilt $|MaxVC| = 2 \cdot |OptVC|$.

Aufgabe 5 (Approximiertes-VERTEX COVER 2)

Gegeben sei folgender Algorithmus $CircVC$ für VERTEX COVER:

1. $CVC = \emptyset$
2. Finde kleinsten Kreis C in G .
3. $CVC \leftarrow CVC \cup C$, $G \leftarrow G \setminus V(C)$.
4. falls G nicht kreisfrei, gehe zu 2.
5. Wende VertexCover-Baumalgorithmus auf die Komponenten des übrigen Waldes an.

Zeige nun, dass $CircVC$ eine 2-Approximation für VERTEX COVER ist und bestimme die Laufzeit.