Fernau/Raible
Wintersemester 2006/2007
Universität Trier

Theoretische Informatik Trier

Übungen zur Vorlesung

Näherungsalgorithmen

Aufgabenblatt 5

Aufgabe 1

Sei Ξ ein kombinatorisches Optimierungsproblem und A ein PTAS zu Ξ. Zur Eingabe I sei $Z(I)$ eine obere Schranke für $OPT(I)$, d.h. $OPT(I) \leq Z(I)$. Definieren Sie $\epsilon := \dfrac{1}{Z(I)+1}$.
Zeigen Sie, dass dann $A(I, \epsilon) = OPT(I)$ ist

Aufgabe 2

Erinnern sie sich an den $PTAS$ für Independent Set auf planaren Graphen aus der Vorlesung. Wie in diesem Fall gibt es einen Algorithmus für Vertex Cover der in Zeit $O(8^k n)$ eine optimale Lösung für Graphen mit Au”2 serplanarität k findet. Benutzen sie dies, um einen $PTAS$ für Vertex Cover anzugeben, wobei für die Güte r gilt: $1 < r < 3$.

Aufgabe 3

Sei P ein Maximierungsproblem, dessen Zielfunktion ganzzahlig ist: $\sum_{i=1}^{n} c_i r_i \cdot x_i$, wobei $r_1, \dots, r_n$ als Instanz zu sehen ist und x_i als Indikatorvariable. Solch ein Problem ist *monoton* falls für zwei Instanzen $r'_1, \dots, r'_n$ und $r_1, \dots, r_n$ mit $r'_i \leq r_i$ für alle i gilt:

$$OPT(r'_1, \dots, r'_n) \leq OPT(r_1, \dots, r_n)$$

Zeige, dass wenn P monoton ist und einen Pseudopolynomiellen Algorithmus A besitzt, dann hat es einen $FPTAS$.
(Tipp: Teile ähnlich wie bei Knapsack die r_i durch eine geeignete Konstante)

Aufgabe 4

Konstruiere einen $FPTAS$ für Minimum Makespan mit konstanter Anzahl von Maschinen.

Aufgabe 5

two-dimensional knapsack ist:
Eingabe: $w_1, \ldots, w_n$ (Gewichte), $v_1, \ldots, v_n$ (Volumen), W, V
Ausgabe: $I \subseteq \{1, \ldots, n\}$ mit $\sum_{i \in I} w_i \leq W$ und $\sum_{i \in I} v_i \leq V$
Maß: $|I|$
Optimierung: min

Zeige: Unter der Annahme $P \neq NP$ hat two-dimensional knapsack keinen $FPTAS$.
Tipp: Reduziere das folgende NP-harte Entscheidungs-Partitionsproblem auf two-dimensional knapsack:
Eingabe: ganze Zahlen $a_1, \ldots, a_{2m}$ mit $\sum_{i=1}^{2m} = 2A$ und $A/(m + +1) < a_k < A/(m-1)$ für alle $1 \leq k \leq 2m$.
Frage: Gibt es $K \subseteq \{1, \ldots, 2m\}$ mit $\sum_{k \in K} a_k = A$.