Fernau/Raible
Universität Trier

Wintersemester 2008/2009

Übungen zur Vorlesung

Näherungsalgorithmen

Aufgabenblatt 12

Aufgabe 1
MAXIMUM-NOT-ALL-EQUAL 3-SAT ist folgendes Problem:
Eingabe: Klauseln $C_1, \ldots, C_m$ in disjunktiver Normalform mit höchstens 3 Literalen.
Lösung: Eine Wahrheitswertzuweisung ρ, welche jede Klausel erfüllt.
Maß: Die Anzahl der Klauseln, die Literale x, y haben mit $\rho(x) = 1$ und $\rho(y) = 0$.
Ziel: max

Zeige nun: MAX 2-SAT ist L-reduzierbar auf MAXIMUM-NOT-ALL-EQUAL 3-SAT.

Sei hier nun f wie folgt definiert. Zu jeder Klausel C der MAX 2-SAT-Instanz I füge die selbe Variable z hinzu. Dies ergibt Formal ψ.

- Zeige, dass wenn τ eine Belegung der Variablen von $f(I)$ ist, dann können wir $\tau(z) = 0$ annehmen.
- Sei nun τ eine Belegung der Variablen von $f(I)$. Konstruiere nun ein $g(\psi, \tau) = \tau'$, welches ein τ' für I liefert. Zeige eine Klausel in ψ ist 'not-all-equal'-wahr unter τ gdw. die entsprechende Klausel in I wahr unter τ' ist.
- Wähle β und γ korrekt in der Definition von L-Reduzierbarkeit

Aufgabe 2
MIN SAT ist folgendes Problem:
Eingabe: Klauseln $C_1, \ldots, C_m$ in disjunktiver Normalform.
Lösung: Eine Wahrheitswertzuweisung ρ.
Maß: Die Anzahl der Klauseln, die erfüllt sind.
Ziel: min

Zeige nun MIN VERTEX COVER $\leq_{AP}$ MIN SAT
Tipp: Lege einen Ordnung $\leq_V$ für die Knoten V fest. Definiere mit Hilfe von $\leq_V$ für jeden Knoten eine Klausel C_u, so dass für eine Wahrheitswertzuweisung ρ die Menge $VC = \{u \mid \rho(C_u) = 1\}$ eine Vertex Cover in G ist.

Sei nämlich

$$C_u = \bigvee_{v:\{u,v\}\in E \wedge u \leq v} x_{u,v} \vee \bigvee_{v:\{u,v\}\in E \wedge u > v} \neg x_{u,v}$$

wobei $x_{u,v}$ jeweils eine Kante $\{u, v\} \in E$ repräsentiert.