Fernau/Raible
Sommersemester 2007
Universität Trier

Übungen zur Vorlesung

Komplexitätstheorie

Aufgabenblatt 9

In der Übung Mittwoch 4.7.07 um 8.15 Uhr im H11
werden die Übungsaufgaben vorgerechnet.

Aufgabe 1
Exact Cover by 3-Sets ist folgendes Problem:
Gegeben: $U = \{1, \ldots, n\}$ und $S_1, \ldots S_\ell$ mit $|S_i| = 3$ für $1 \leq i \leq \ell$.
Gesucht: $A \subset \{1, \ldots, \ell\}$ mit $\cup_{k \in A} S_k = U$ und für alle $i, j \in A$ mit $i \neq j$ gilt $S_i \cap S_j = \emptyset$.

Knapsack ist folgendes Problem:
Gegeben: positive Zahlen $w_1, \ldots, w_m, W, v_1, \ldots, v_m, k$.
Gesucht: $I \subset \{1, \ldots, m\}$ mit $\sum_{i \in I} w_i = W$ und $\sum_{i \in I} v_i = k$.

Zeigen Sie: Exact Cover by 3-Sets $\leq_L$ Knapsack.
(Tipp: Kodieren Sie die Mengen S_i als Zahlen.)

Aufgabe 2
Wir betrachten nun Rucksack (auch Subset Sum):
Gegeben: Ganze Zahlen $a_1, \ldots, a_n$ und s.
Gesucht: $S \subset \{1, \ldots, n\}$ mit $\sum_{i \in S} a_i = s$.

1. Zeigen Sie, dass Subset Sum **NP**-vollständig ist.
2. Zeigen Sie, dass wenn wir in $O(f(n))$ die Existenz einer Lösung nachweisen können, wir in $O(n \cdot f(n))$ eine tatsächliche Lösung berechnen können.
3. Entwerfen Sie ein Verfahren, welches in $O^*(\sqrt{2}^{\,n})$ eine Lösung für Subset Sum berechnet.

Aufgabe 3
Bin Packing ist so definiert:
Gegeben: $b, k \in \mathbb{N}$, Objekte $a_1 \ldots a_n$ mit $a_i \leq b$ für $1 \leq i \leq n$.
Gesucht: $f : \{1, \ldots, n\} \rightarrow \{1, \ldots, k\}$, so dass für alle $1 \leq j \leq k$ gilt $\sum_{f(i)=j} a_i \leq b$.

Zeigen Sie, dass Bin Packing **NP**-vollständig ist.
(Tipp: Das **NP**-vollständige Problem A für das Sie A $\leq_P$ Bin Packing zeigen müssen, befand sich schon auf einem vorangegangenen Blatt. A steht ebenfalls in Relation zu Rucksack).