Fernau/Raible
Universität Trier

Wintersemester 2008/2009

Übungen zur Vorlesung

Komplexitätstheorie

Aufgabenblatt 1

In der Übung Dienstags 4.11.08 um 10.15 Uhr im HZ204
werden die Übungsaufgaben vorgerechnet.

Eine Turingmaschine M sei folgendes: $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \Box, E)$, wobei

- Z ist endl. *Zustandsmenge.*
- Σ ist das *Eingabealphabet*
- $\Gamma \subset \Sigma$ ist das Arbeitsalphabet.
- $\delta : Z \times \Gamma \to \mathcal{P}(Z \times \Gamma \times \{L, R, N\})$
- $z_0 \in Z$ der *Startzustand.*
- $\Box \in \Gamma - \Sigma$ das *Leerzeichen.*
- $E \subseteq Z$ die *Endzustände.*

Siehe Uwe Schöning: Theoretische Informatik - kurz gefaßt (S.80).

Aufgabe 1. (Asymptotisches Wachstum)

Zur Erinnerung: Für zwei Funktionen $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ gilt:

$$f \in O(g) \iff \exists c, r \in \mathbb{N} : \forall n > c, n \in \mathbb{N} : f(n) \leq r \cdot g(n)$$

Außerdem $f \in \Theta(g) \iff (f \in O(g)) \wedge (g \in O(f))$.
Beweisen Sie folgende Aussagen:

1. $1000n^2 + 100000n \log n \in O(n^2)$.
2. $n^2 \in O(2^n)$.
3. $\log n + \frac{1}{100}n \in \Theta(n)$.
4. Für alle $h_1 \in O(f(n)), h_2 \in O(g(n))$ gilt $(h_1 + h_2) \in O(f(n) + g(n))$.
5. $2^{\lfloor \log n \rfloor} \in \Theta(n)$.

Aufgabe 2 (Turing-Maschine)
Sei $\Sigma = \{0, 1\}$. Ein Palindrom über Σ ist eine Wort $a_n \dots a_1 b_1 \dots b_n$ mit $a_i, b_i \in \Sigma$ und $a_i = b_i$ für $1 \leq i \leq n$. Sei $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ ist Palindrom}\}$.
Konstruieren Sie eine Turing-Maschine die L erkennt.

1. Beschreiben Sie mit Worten, wie die TM arbeitet.
2. Geben Sie die Überführungstafel an.

Aufgabe 3 (Turing-Maschine 2)
Sie bekommen als Eingabe eine sortierte Liste von Zahlen ($L = a_1 \dots a_n$), deren Länge (n) und ein Element x der Liste. Sei M nun eine Turingmaschine die mittels Binärsuche das Element x in L sucht (und findet). Hierbei soll $\Sigma = \{a \in \mathbb{N} \mid a \leq \text{ Anzahl aller Atome im Universum}\}$ sein, also $a_i \in \Sigma$ für $1 \leq i \leq n$. Geben Sie das Flussdiagramm für M an. Schätzen Sie den asymptotischen Zeitbedarf (also 'modulo O-Notation') dieser TM bestmöglichst ab.