Fernau/Raible
Universität Trier

Wintersemester2008/09

Übungen zur Vorlesung

Komplexitätstheorie

Aufgabenblatt 2

In der Übung Mittwoch 11.11.08 um 10.15 Uhr im HZ204
werden die Übungsaufgaben vorgerechnet.

Aufgabe 1. (Zeit- und Platzklassen)
Es gibt folgende Zeit- und Platzklassen für Sprachen:

1. $TIME(f) = \{L(M) \mid \exists$det. TM, die in Zeit $O(f)$ arbeitet.$\}$
2. $NTIME(f) = \{L(M) \mid \exists$nichtdet. TM, die in Zeit $O(f)$ arbeitet.$\}$
3. $SPACE(f) = \{L(M) \mid \exists$det. TM, die in Platz $O(f)$ arbeitet.$\}$
4. $NSPACE(f) = \{L(M) \mid \exists$ndet. TM, die in Platz $O(f)$ arbeitet.$\}$

Geben sie für folgende Sprachen an, zu welchen (Ihrer Überzeugung nach kleinstmöglichen) deterministischen und nichtdeterministischen Zeit- und Platzklassen sie gehören. Begründen sie stichwortartig ihre Klassifikation.

1. $\{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$
2. $\{v\bigstar w \mid v, w, x, y \in \{a, b\}^*, w = xvy\}$

Aufgabe 2 (Turing-Maschine)
Sei $L = \{a^n b^k \mid k = n \text{ oder } k = 2n\}$.

1. Geben Sie eine deterministische Turing-Maschine an, die L in $SPACE(\log n)$ erkennt. beschreiben Sie die grundsätzliche Vorgehensweise der Maschine ohne unnötig ins Details zu gehen. Erklären Sie nur die grundsätzliche Arbeitsweise.
2. Geben Sie eine deterministische Turing-Maschine an, die L in $SPACE(\log n)$ erkennt und nur <u>ein</u> Arbeitsband besitzt. Erklären Sie nur die grundsätzliche Arbeitsweise.
3. Sie werden wohl in Teil 2. eine Art Zähler benötigen. Geben Sie ein Flußdiagramm an, welches diesen Zähler beschreibt! (Vgl. Seite 11 , VL2)

Aufgabe 3 (Turing-Maschine 2)
Zeigen Sie für deterministische Turingmaschinen:
Falls $T_M(x) \leq \log(|x|)$, so folgt für alle y, daß $T_M(xy) = T_M(x)$ und $f(x) = f(xy)$.
(Tipp: Was von der Eingabe kann die TM kennen?)
Nutze dies zur Begründung von $FTIME(\log n) = FTIME(1)$.

Aufgabe 4 (Turing-Maschine 3)
Eine Funktion $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ heißt konstruierbar, falls:

1. $f(n+1) \geq f(n)$ für alle $n \in \mathbb{N}$
2. Es gibt eine Mehrband-TM M_f mit read-only Eingabe, die bei jeder Eingabe der Länge n die Ausgabe $I^{f(n)}$ $(I \in \Sigma \setminus \{\Box\})$ berechnet. Hierfür benötigt sie $O(n + f(n))$ Zeit und $O(f(n)$ Platz. (Wir sagen, daß M_f die Funktion f berechnet.)

Seien f und g konstruierbar. Zeigen Sie, daß $f+g$, $f \cdot g$ und $f(g(n))$ ebenfalls konstruierbar sind.