

Übungen zur Vorlesung
Komplexitätstheorie
Aufgabenblatt 4

In der Übung Mittwoch 25.11.08 um 10.15 Uhr im HZ204
werden die Übungsaufgaben vorgerechnet.

Aufgabe 1 (Logspace- und Polynomialzeitreduktionen)

Zeigen Sie:

1. $A \leq_P B \iff \bar{A} \leq_P \bar{B}$ für alle Sprachen A und B .
2. $A \leq_P B$ für $A \in P$ und beliebiges B mit $B \neq \emptyset$ und $B \neq \Sigma^*$.
3. $\{1\}$ ist vollständig für $DSPACE(\log n)$ unter \leq_L .

Aufgabe 2 (Reduktionen)

Betrachte folgende zwei Sprachen über binär kodierten Zahlen:

$$\text{RUCKSACK} := \{y_1 \star y_2 \star \dots \star y_n \star y \mid n \in \mathbb{N}, y_i, y \in \{0, 1\}^*, \exists S \subseteq \{1, 2, \dots, n\} : \sum_{i \in S} y_i = y\}$$

$$\text{PARTITION} := \{y_1 \star y_2 \star \dots \star y_n \mid n \in \mathbb{N}, y_i \in \{0, 1\}^*, \exists S \subseteq \{1, 2, \dots, n\} : \sum_{i \in S} y_i = \sum_{i \notin S} y_i\}$$

Zeigen Sie $\text{RUCKSACK} \leq_L \text{PARTITION}$ und $\text{PARTITION} \leq_L \text{RUCKSACK}$.

Aufgabe 3

EINFACHES PEBBLE ist folgendes Markierungsspiel auf einem gerichteten Graphen $G(V, A)$:

- Ein Knoten ohne Vorgänger kann jederzeit markiert werden.
- Ein Knoten mit Vorgängern kann markiert werden, wenn mindestens einer seiner Vorgänger markiert ist.
- Frage: Kann mit dem obigen Pebble-Spiel in G ein Knoten ohne Nachfolger markiert werden?

Anmerkung: x Vorgänger von y , wenn (x, y) Kante ist, x Nachfolger von y , wenn (y, x) Kante ist.

Zeigen Sie, dass EINFACHES PEBBLE **NL**-vollständig bezgl. \leq_L ist. Überlegen Sie, welches andere Problem Sie auf EINFACHES PEBBLE reduzieren müssen.

Aufgabe 4

ODD CYCLE ist das Problem einen Kreis mit ungerader Anzahl von Knoten in einem gerichteten Graphen $G(V, A)$ zu finden. Zeigen Sie **NL**-vollständigkeit von ODD CYCLE bezgl. \leq_L .