

Übungen zur Vorlesung
Parametrisierte Algorithmen
Aufgabenblatt 4

In der Übung Mittwoch 5.12.07 um 8.30 Uhr im H406
werden die Übungsaufgaben vorgerechnet.

Aufgabe 1 (Erzeugende Funktionen & Rekursionen)

Geben Sie eine geschlossene Form für die folgende Rekursion an:

$$a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2} \quad (n \geq 2)$$

und $a_0 = 1, a_1 = 3$.

Aufgabe 2 (Schlechte Suchbäume)

Wir betrachten das Problem OFFENSIVE ALLIANCE auf Graphen. Hierzu definieren wir für eine Knotenmenge A folgendes: $\partial A = N[A] \setminus A$. Eine offensive Alliance ist eine Knotenmenge $S \subset V$, so dass für alle $v \in \partial S$ gilt: $|N[v] \cap S| \geq N[v] \setminus S$. S kann bildlich gesprochen alle seine Gegner auf dem Rand angreifen, da sie nicht genügend Freunde außerhalb der offensiven Allianz haben.

Gesucht ist nun eine offensive Allianz mit Höchstgröße k . Zeigen Sie OFFENSIVE ALLIANCE \in FPT.

Aufgabe 3 (Gute Suchbäume)

Eine Spalten- bzw. Zeilenverschmelzung in einer Matrix sei die elementweise UND-Verknüpfung der beiden Spalten/Zeilen.

MATRIX-LINE-MERGING (MLM) sei folgendes Problem:

Gegeben: Eine Matrix mit 0, 1-Einträgen.

Gesucht: Eine Sequenz von k Verschmelzungen von benachbarten Zeilen oder Spalten, so dass die 0-Matrix resultiert.

1. Zeigen Sie dass (MLM) in $O(4^k)$ gelöst werden kann.
Tipp: Überlegen Sie, durch welche Verschmelzungen eine 1 in der Matrix nur gelöscht werden kann.
2. Verbessern Sie den Algorithmus, so daß er Laufzeit $O(3^k)$ besitzt.
Tipp: Was kann man mit 0-Zeilen bzw. 0-Spalten am Rand tun?

Aufgabe 4 (Kombinatorik)

1. Sei $\Upsilon(G)$ die Größe eines kleinstmöglichen edge dominating set eines beliebigen Graphen G . Sei $\zeta(G)$ die Größe eines kleinstmöglichen maximalen Matchings (Minimum Maximal Matching). Zeigen Sie, dass $\Upsilon(G) = \zeta(G)$ für alle Graphen G gilt.
2. EDGE COVER fragt nach eine Kantenmenge $E' \subseteq E$, so dass für alle $v \in V$ es ein $e' \in E'$ gibt mit $v \in e'$. Sei $\rho(G)$ die Größe eines kleinstmöglichen edge cover und M ein größtmögliches Matching.
 - (a) Zeigen Sie $\rho(G) + |M| = |V|$.
 - (b) Nutzen Sie dies um einen Polynomialzeitalgorithmus für EDGE COVER zu entwickeln.