Fernau/Raible
Wintersemester 2007/08
Universität Trier

Theoretische Informatik Trier

Übungen zur Vorlesung

Parametrisierte Algorithmen

Aufgabenblatt 5

In der Übung Mittwoch 19.12.07 um 8.30 Uhr im H406
werden die Übungsaufgaben vorgerechnet.

Aufgabe 1 (Cluster Probleme)

1. Zeigen Sie:

   G ist Clustergraph $\iff$ G enthält keinen induzierten Teilgraph P_2.

   Ein P_2 ist ein Pfad mit zwei Kanten.

2. Das Cluster-Vertex-Deletion-Problem taucht bei der Auswertung von DNA-Microarray-Daten auf. Es ist wie folgt definiert:

   Cluster Vertex Deletion
   Eingabe: Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ sowie eine positive ganze Zahl k.
   Frage: Gibt es eine Knotenmenge $C \subseteq V$ der Größe $\leq k$, sodass G nach dem Löschen aller Knoten in C ein Cluster-Graph ist?

   Zeige, dass Cluster Vertex Deletion in $O(3^k)$ lösbar ist.

3. Cluster Deletion
   Eingabe: Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ sowie eine positive ganze Zahl k.
   Frage: Gibt es eine Kantenmenge $C \subseteq E$ der Größe $\leq k$, sodass G nach dem Löschen aller Kanten in C ein Cluster-Graph ist?

   Finden Sie einen Suchbaum der Grösse $O(c^k)$ ür Cluster Deletion mit $c < 2$.
   Tipp: Rekursionen der Art $F(n) = F(n - a_1) + \ldots + F(n - a_\ell)$ schätzen Sie folgendermaßen ab: Berechnen Sie die größte reele Nullstelle c des Polynoms $1 - x^{-a_1} - \ldots - x^{-a_\ell}$. Es gilt dann $F(n) \in O(c^n)$.

Aufgabe 2 (Biclique Editing)

Eine *Biclique* ist ein bipartiter Graph mit maximaler Kantenanzahl. Zeigen Sie, dass folgendes Problem in $\mathcal{FPT}$ ist:

> BICLIQUE EDITING
> **Eingabe:** Ein ungerichteter bipartiter Graph $G = (V, E)$ sowie eine positive ganze Zahl k.
> **Frage:** Kann man durch Löschen bzw. Hinzufügen von maximal k Kanten aus G einen Graphen kreieren, dessen Zusammenhangskomponenten Bicliquen sind?

Tipp: Beweisen Sie eine Charakterisierung durch verbotene Teilgraphen ähnlich wie im ersten Teil von **Aufgabe 1**.

Aufgabe 3 (Erzeugende Funktionen & Rekursionen)

Geben Sie eine geschlossene Form für die folgende Rekursion an:

$$a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2} \quad (n \geq 2)$$

und $a_0 = 1$, $a_1 = 3$.